7 класс

Задача 1.

Турист первую треть всего времени движения шел по грунтовой дороге со скоростью υ_1=3 км/ч. Следующую треть времени он перемещался по шоссе со скоростью υ_1=6 км/ч. Последний участок, длиной в треть всего пути, турист шел со скоростью υ_3. Найдите, при какой скорость υ он прошел бы тот же путь за то же время, двигаясь равномерно.

Задача 2.

Автобус, двигавшийся со скоростью υ_1=60 км/ч, простоял перед закрытым железнодорожным переездом 6 мин. Если бы водитель не потерял указанное время, то, продолжая движение с той же скоростью, на ближайшую остановку он прибыл бы вовремя. Чтобы не выбиться из расписания водитель должен увеличить скорость движения автобуса. Сможет ли автобус прибыть в пункт назначения по расписанию, если расстояние от переезда до остановки маршрута L=15 км, а на этом участке установлено ограничение скорости υ_2=90 км/ч?

Задача 3.

Площадь листа бумаги S = 620 см^2. Толщина пачки h = 0,50 дм. Определите (в см^3) объем V_1 одного листа, если их количество N = 1000.

Задача 4

В дистиллированную воду аккуратно вливают серную кислоту. Получившийся раствор имеет плотность $\rho_р$=1200 кг/м^3 и массу m=120 г. Объем раствора равен сумме объемов воды и кислоты. Плотность воды $\rho_в$=1000 кг/м^3, плотность кислоты $\rho_к$=1800 кг/м^3. Какова масса кислоты, влитой в воду?

8 класс

Задача 1.

Турист первую треть всего времени движения шел по грунтовой дороге со скоростью υ_1=2 км/ч, затем треть всего пути перемещался по шоссе со скоростью υ_2. В конце второго участка пути он встретил грузовик, на котором и вернулся в исходную точку по той же дороге. Известно, что на грузовике он ехал с постоянной скоростью υ_3. Вычислите среднюю (путевую) скорость υ_0 туриста. Укажите минимальное значение скорости υ_2.

Задача 2.

Пауки Stegodyphus pacificus, обитающие в Южной Азии, создают самую тонкую в мире паутину. Ее диаметр 10 нм (н=10^{-9} м). Оцените длину паутины, которую мог бы сделать такой паук массой 0,2 г. Масса вещества, из которого сделана паутина, составляет 10% от массы паука. Плотность паука и паутины считайте приблизительно равными 10^3 кг/м^3.

Примечание. Оценить означает, что вычисления следует сделать приближенно.

Задача 3.

В сосуде имеются две несмешивающиеся жидкости с плотностями ρ_1 и ρ_2 ; толщины слоев этих жидкостей равны d_1 и d_2 соответственно. С поверхности жидкости в сосуд опускают маленькое обтекаемой тело, которое достигает дна как раз в тот момент, когда его скорость становится равной нулю. Какова плотность материала, из которого изготовлено тело?

Задача 4.

Насколько температура воды у основания водопада высотой 1200 м больше, чем у его вершины? На нагревание воды затрачивается 70% выделившейся энергии.

9 класс

Задача 1.

Чебурашка и Крокодил Гена решили устроить забег по лестнице в доме Дружбы. Выяснилось, что Чебурашка успевает три раза добежать до четвертого этажа и вернуться на первый этаж за время, пока Гена поднимается на шестнадцатый этаж. На какой этаж успеет подняться Чебурашка, пока Гена будет бегать с первого этажа на шестой и обратно? Считайте, что Чебурашка и Гена бегают вверх-вниз с постоянными скоростями.

Задача 2.

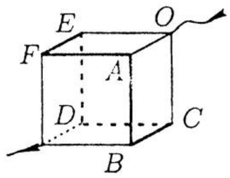
Скорость камня υ_0, брошенного под углом 60^0 к горизонту, уменьшилась вдвое за время $\Delta t=1$ с. Найдите модуль перемещения S,которое за это время совершил камень. Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с^2.

Задача 3.

В сосуд с ртутью и водой брошен стальной шарик. Какая часть объема шарика будет находиться в воде?

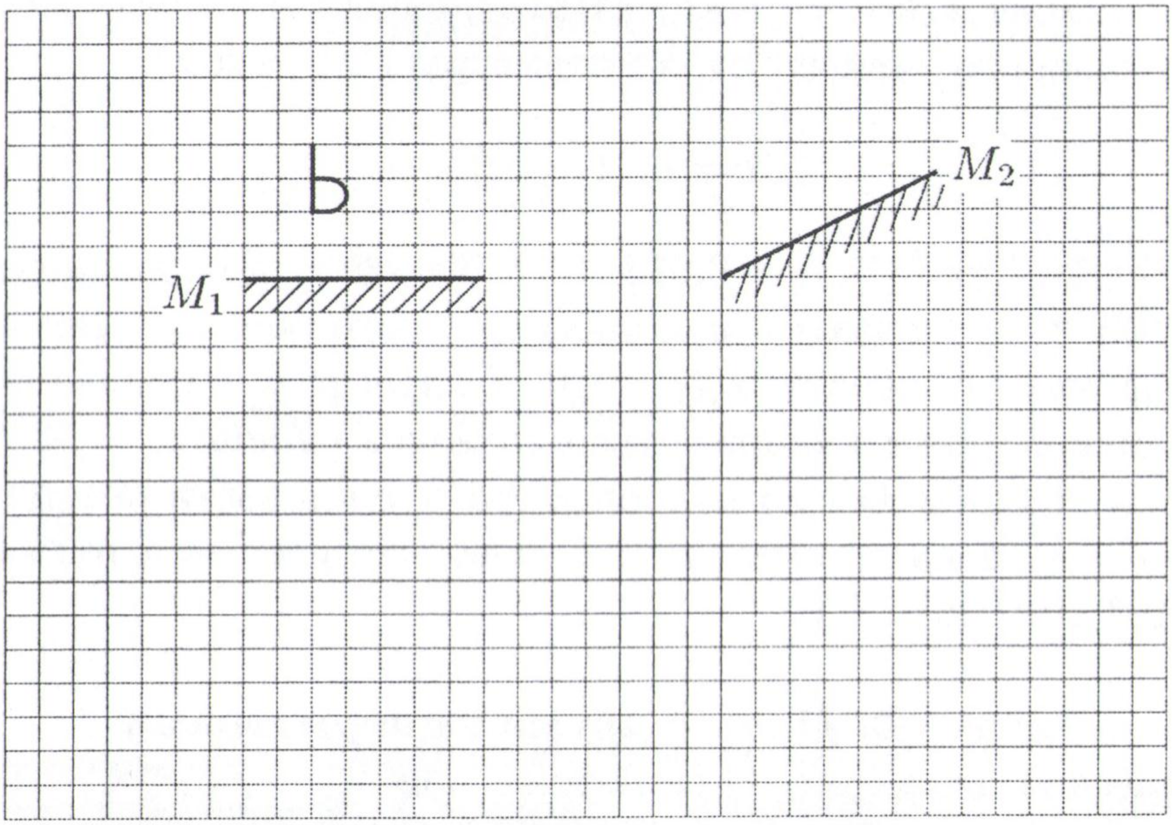
Задача 4.

Из тонких однородных листов жести спаяли полый куб, к двум противоположным вершинам большой диагонали которого припаяли проводники. Сопротивление куба между этими проводниками оказалось равным 7 Ом. Вычислите силу электрического тока, пересекающего ребро АВ куба, если проводники подключены к источнику напряжения 42 В.



Задача 5.

Перед системой зеркал M_1 и M_2 расположена буква Ь так, как показано на рисунке. Постройте на том же рисунке все изображения, даваемые этой системой. Докажите, что других изображений быть не может. Длина каждого из зеркал равна расстоянию между ними.


M_1
M_2

10 класс

Задача 1.

На тележке, движущейся в горизонтальном направлении с ускорением 9,8 м/с^2 , установлен отвес. Найти натяжение нити отвеса и угол, который образует нить с вертикалью, если масса подвешенного на нити груза 0,1 кг.

Задача 2.

Камень бросили под углом к горизонту с начальной скоростью 25 м/с. Через какое время τ он достиг максимальной высоты, удалившись по горизонтали на расстояние L=30 м от броска. Найдите время τ. Примите ускорение свободного падения равным 10 м/с^2.

Задача 3.

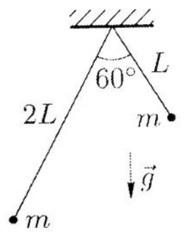
В частично заполненный водой цилиндрический сосуд, площадь дна которого равна S, положили кусок льда с воздушной полостью, в которой находился алюминиевый шарик массой, равной массе льда. При этом уровень воды поднялся на h, а полностью погруженный в воду лед плавает, не касаясь дна и стенок сосуда.

1. Найдите объем воздушной полости $V_п$.
2. Повысится или понизится уровень воды в сосуде после того как весь лед растает?
3. На сколько изменится уровень воды в сосуде после того, как лед растает?

Плотность воды – $\rho_в$, плотность льда – $\rho_л$, плотность алюминия - $\rho_ш$, ускорение свободного падения – g.

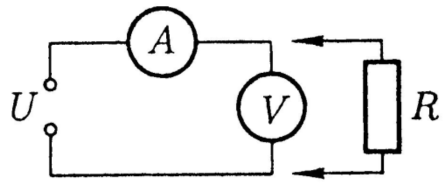
Задача 4.

Определите модуль электростатического отталкивания двух маленьких заряженных шариков одинаковой массы m. Один из них висит на нити длины L, другой на нити длины 2L. Угол между нитями равен 60^0.



Задача 5.

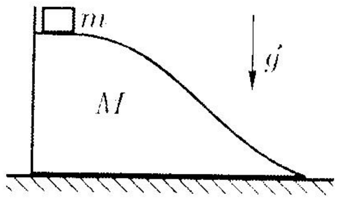
К клеммам приведенной на схеме эклектической цепи приложено напряжение 9 В. Если к вольтметру подключить параллельно резистор R, то показания вольтметра уменьшатся в 2 раза, а показания амперметра увеличатся в 2 раза. Какое напряжение показывал вольтметр до и после включения резистора?



11 класс

Задача 1.

Слева направо по гладкий плоскости скользит тяжелая горка массы M, на вершине которой покоится легкий груз массы m. Кинетическая энергия K_1 груза в четыре раза меньше его потенциальной энергии П. Груз съезжает с горки без трения. Найдите его кинетическую энергию K_2, когда он окажется на плоскости. Считайте, что П=1 Дж, а M››m.

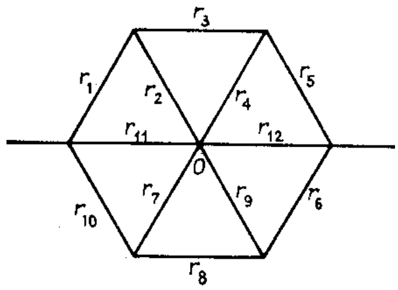


Задача 2.

Стеклянная бутылка плавает в цилиндрическом сосуде с водой. Площадь дна сосуда 250 см^2. Из чайника в бутылку медленно наливают воду и, когда масса воды достигает 300 г, бутылка начинает тонуть. Оказалось, что когда весь воздух из бутылки вышел, уровень воды в сосуде изменился на Δh=0,6 см по сравнению с тем моментом, когда в бутылку начали наливать воду. Вычислите вместимость бутылки V. Плотность воды 1000 кг/м^3.

Задача 3.

Идеальному одноатомному газу сообщают количество теплоты *Q* таким образом, что его внутренняя энергия в этом процессе изменяется пропорционально квадрату объема. Найдите работу, совершенную газом.

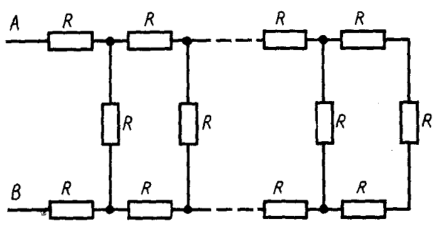


Задача 4.

Определить эквивалентное сопротивление проводников в виде шестиугольника. Сопротивление каждой проволочки равно r.

Задача 5.

Найти общее сопротивление участка цепи, содержащего бесконечное число проводников (рис.) сопротивлением R каждый.



Решения олимпиады

7 класс

Задача 1.

Турист первую треть всего времени движения шел по грунтовой дороге со скоростью υ_1=3 км/ч. Следующую треть времени он перемещался по шоссе со скоростью υ_1=6 км/ч. Последний участок, длиной в треть всего пути, турист шел со скоростью υ_3. Найдите, при какой скорость υ он прошел бы тот же путь за то же время, двигаясь равномерно.

Решение:

Поскольку третий участок составляет треть пути, и он был пройден за треть всего времени, то $v_3 = v$. Пусть S — весь путь, пройденный туристом, t — время, которое затратил турист на весь путь. Тогда

$$v_1\frac{t}{3} + v_2\frac{t}{3} + \frac{S}{3} = S,$$

откуда $$v_3 = v = \frac{S}{t} = \frac{v_1 + v_2}{2} = 4{,}5 \text{ км/ч}.$$

Критерии оценивания

Выражение для всего пути через скорости v_1 и v_2 4
Выражения для v_3 3
Выражение для v 3

Задача 2.

Автобус, двигавшийся со скоростью υ_1=60 км/ч, простоял перед закрытым железнодорожным переездом 6 мин. Если бы водитель не потерял указанное время, то, продолжая движение с той же скоростью, на ближайшую остановку он прибыл бы вовремя. Чтобы не выбиться из расписания водитель должен увеличить скорость движения автобуса. Сможет ли автобус прибыть в пункт назначения по расписанию, если расстояние от переезда до остановки маршрута L=15 км, а на этом участке установлено ограничение скорости υ_2=90 км/ч?

Решение:

Пусть t_1 — время, за которое автобус должен по расписанию доехать от переезда до остановки. Тогда

$$t_1 = \frac{L}{v_1}.$$

Чтобы успеть приехать на остановку по расписанию, автобус должен доехать от переезда до остановки за время $t_2 = t_1 - t$. Вычислим среднюю скорость, которую должен иметь автобус:

$$v_{\text{ср}} = \frac{L}{t_2} = \frac{Lv_1}{L - v_1 t} = 100 \text{ км/ч}.$$

Поскольку $v_{\text{ср}} > v_2$, то автобус не успеет доехать вовремя.

Критерии оценивания

Выражение для t_1 2
Выражение для t_2 2
Выражение для $v_{\text{ср}}$ 3
Ответ 3

Задача 3.

Площадь листа бумаги S = 620 см^2. Толщина пачки h = 0,50 дм. Определите (в см^3) объем V_1 одного листа, если их количество N = 1000.

Решение.

Толщину пачки выражаем в см h = 0,50 дм=5см.

Объем всей пачки равен V =S* h=620*5=3100 см^3 .

Тогда $V_1 =$ V/ N=3100/1000=3,1 см^3.

Ответ: 3,1 см^3.

Критерии оценивания:

Расчет толщины пачки ………………………………………………….. 2 балла

Расчет объема пачки…………………………………………………4 балла

Установление соотношения $V_1 =$ V/ N………………………………4 балла

Задача 4

В дистиллированную воду аккуратно вливают серную кислоту. Получившийся раствор имеет плотность $\rho_р$=1200 кг/м^3 и массу m=120 г. Объем раствора равен сумме объемов воды и кислоты. Плотность воды $\rho_в$=1000 кг/м^3, плотность кислоты $\rho_к$=1800 кг/м^3. Какова масса кислоты, влитой в воду?

Решение:

Пусть $V_к$-объем кислоты, влитой в воду, $V_в$-объем воды, $V_р$-объем раствора. Тогда:

$V_р = V_к + V_в$, $m=m_к+m_в$, (1)

где $m_в$-масса воды в растворе. Поскольку

$V_р=m/\rho_р$, $V_к=m_к/\rho_к$, $V_в=m_в/\rho_в$

То с учетом (1) получаем

$$\frac{m}{\rho_р} = \frac{m_к}{\rho_к} + \frac{m - m_к}{\rho_в}$$

Откуда $m_к = m\,\frac{\rho_к(\rho_р-\rho_в)}{\rho_р(\rho_к-\rho_в)}$=45 г.

Критерии оценивания

Получение $V_р=V_к+V_в$ ………………………………………………..1 балл

Получение $m=m_к+m_в$…………………………………………………..1 балл

Связь между $V_р$ и m…………………………………………………...1 балл

Связь между $V_к$ и $m_к$ …………………………………………………..2 балла

Связь между $V_в$ и $m_в$ ……………………………………………………2 балла

Окончательное выражение для $m_к$……………………………………..3 балла

8 класс

Задача 1.

Турист первую треть всего времени движения шел по грунтовой дороге со скоростью υ_1=2 км/ч, затем треть всего пути перемещался по шоссе со скоростью υ_2. В конце второго участка пути он встретил грузовик, на котором и вернулся в исходную точку по той же дороге. Известно, что на грузовике он ехал с постоянной скоростью υ_3. Вычислите среднюю (путевую) скорость υ_0 туриста. Укажите минимальное значение скорости υ_2.

Решение:

Пусть a — расстояние, пройденное туристом по грунтовой дороге, b — по шоссе(рис. 13). Тогда на грузовике турист проезжает расстояние $a+b$. По условию справедливо $a + b + (a + b) = 3b$, откуда $b = 2a$.

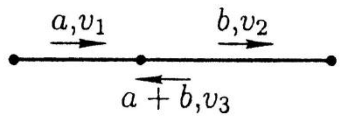


Рис. 13

Время, за которое турист проходит грунтовую дорогу, $t_1 = a/v_1$. Пусть полное время движения T. По условию $T = 3t_1$. Тогда среднепутевая скорость:

$$v_0 = \frac{a + b + (a + b)}{T} = \frac{6a}{3t_1} = 2 \cdot \frac{a}{t_1} = 2v_1 = 4 \text{ км/ч}.$$

При этом время, которое турист идёт по шоссе, $t_2 < T - t_1 = 2t_1$. Поскольку $t_2 = b/v_2$, то

$$v_2 = \frac{b}{t_2} = 2 \cdot \frac{a}{t_2} > 2 \cdot \frac{a}{2t_1} = v_1 = 2 \text{ км/ч}.$$

Критерии оценивания

Соотношение $b = 2a$ 2
Идея нахождения v_0 2
Численное значение v_0 2
Идея нахождения v_2 2
Численное значение v_2 2

Задача 2.

Пауки Stegodyphus pacificus, обитающие в Южной Азии, создают самую тонкую в мире паутину. Ее диаметр 10 нм (н=10^{-9} м). Оцените длину паутины, которую мог бы сделать такой паук массой 0,2 г. Масса вещества, из которого сделана паутина, составляет 10% от массы паука. Плотность паука и паутины считайте приблизительно равными 10^3 кг/м^3.

Примечание. Оценить означает, что вычисления следует сделать приближенно.

Решение:

Масса вещества паутины $M = m \cdot 10\% = 0{,}2$ г $\cdot 0{,}1 = 0{,}02$ г. Следовательно, максимальный объём паутины

$$V = \frac{M}{\rho} = \frac{0{,}02 \cdot 10^{-3}\text{ кг}}{10^3\text{ кг/м}^3} = 2 \cdot 10^{-8}\text{ м}^3.$$

Объём паутины равен произведению её длины L на площадь сечения S. Для оценки площадь сечения S можно полагать равной d^2. Тогда объём паутинки $V = LS = Ld^2$, откуда её длина оценочно

$$L = \frac{V}{d^2} = \frac{2 \cdot 10^{-8}}{(10^{-8})^2} = 2 \cdot 10^8\text{ м} = 200000\text{ км}.$$

Как видно, максимальная длина паутины в пять раз превышает длину земного экватора.

Критерии оценивания

Оценка массы паутины 2
Оценка объёма паутины 2
Выражение для L 3
Численный ответ 3

Задача 3.

В сосуде имеются две несмешивающиеся жидкости с плотностями ρ_1 и ρ_2 ; толщины слоев этих жидкостей равны d_1 и d_2 соответственно. С поверхности жидкости в сосуд опускают маленькое обтекаемой тело, которое достигает дна как раз в тот момент, когда его скорость становится равной нулю. Какова плотность материала, из которого изготовлено тело?

Решение:

Изменение потенциальной энергии тела равно работе сил сопротивления:

$-mg(h_1+h_2)=A_1+A_2$ (1) , где

A_1 – работа сил сопротивления в верхней жидкости

A_2 - работа сил сопротивления в нижней жидкости

Так как тело обтекаемо, то основной силой сопротивления является архимедова выталкивающая сила:

$F_1=\rho_1 gV$ – в верхней жидкости,

$F_2=\rho_2 gV$ – в нижней жидкости, где V- тела.

Поэтому

$A_1 = -\rho_1 gVh_1$

$A_2 = -\rho_2 gVh_2$

Подставляя эти выражения в (1) и учитывая, что $m=\rho V$, получим

$\rho(h_1+h_2) = \rho_1 h_1 + \rho_2 h_2$, откуда

$$\rho = \frac{\rho_1 h_1 + \rho_2 h_2}{h_1 + h_2}$$

Критерии оценивания:

Запись уравнения (1) ……………………………………………………3 балла

Запись выражений для архимедовой силы…………………………2 балла

Запись выражений для работы………………………………………2 балла

Получение окончательной формулы………………………………..3 балла

Задача 4.

Насколько температура воды у основания водопада высотой 1200 м больше, чем у его вершины? На нагревание воды затрачивается 70% выделившейся энергии.

Решение:

При ударе падающей воды около основания водопада часть потенциальной энергии идет на нагревание воды:

$E_{пот} = mgh$

$Q = mc_в \Delta t$

$\eta \cdot E_{пот} = Q$

$\eta mgh = mc_в \Delta t$

$\Delta t = \eta gh / c_в$

$\Delta t = 0{,}7 \cdot 9{,}8 \cdot 1200/4200 = 1{,}96\ ^0C$.

Ответ: $1{,}96\ ^0C$.

Критерии оценивания:

Записано выражение для $E_{пот}$………………………………….. .2 балла

Записано выражение для Q……………………………..…….2 балла

Записано выражение для КПД ………………………………… .2 балла

Выполнена подстановка энергии и количества теплоты в КПД ……..2 балла

Получено окончательная формула и произведен расчет……………….2 балла

9 класс

Задача 1.

Чебурашка и Крокодил Гена решили устроить забег по лестнице в доме Дружбы. Выяснилось, что Чебурашка успевает три раза добежать до четвертого этажа и вернуться на первый этаж за время, пока Гена поднимается на шестнадцатый этаж. На какой этаж успеет подняться Чебурашка, пока Гена будет бегать с первого этажа на шестой и обратно? Считайте, что Чебурашка и Гена бегают вверх-вниз с постоянными скоростями.

Решение:

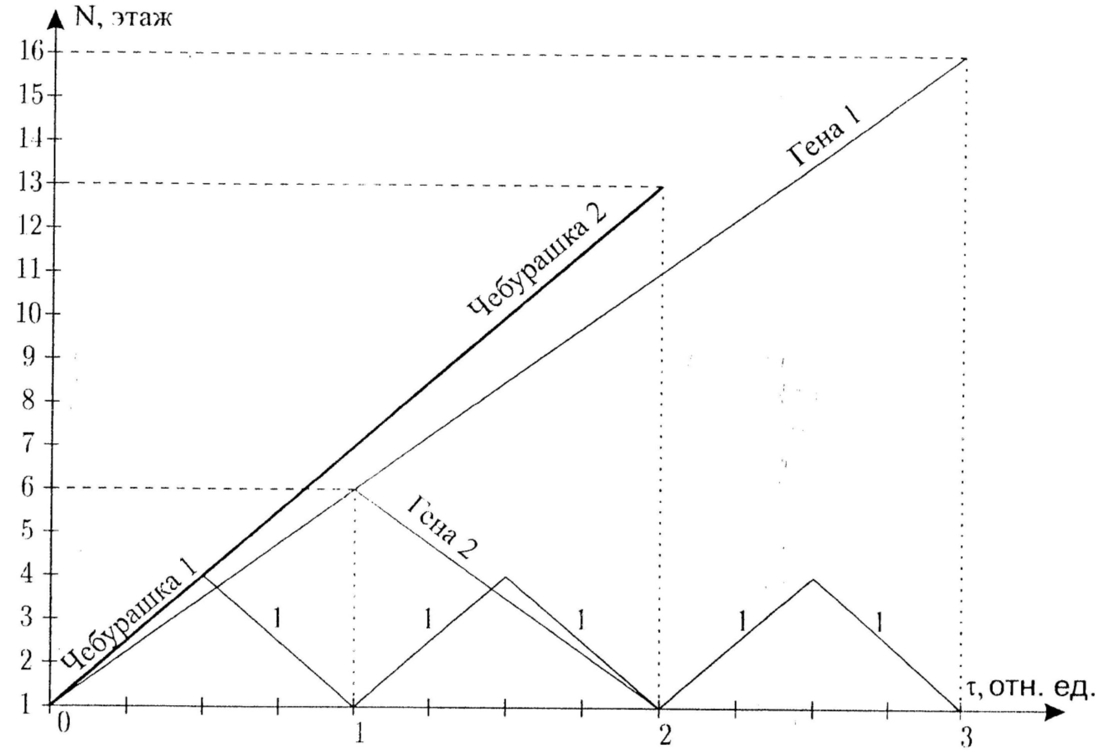


Рис. 6

Построим график зависимости прохождения этажей Геной и Чебурашкой от времени, выраженного в условных единицах (будем считать, что время, затраченное на подъем и спуск Чебурашки на четвертый этаж равно 1 ед.).

Для случая, когда Гена поднимется на 16 этаж, Чебурашка успеет 3 раза добежать до четвертого этажа и вернуться обратно. Аналогично, построим график для второго случая, когда Гена поднимается на шестой этаж и спускается обратно, а Чебурашка добегает до М-го этажа (М - номер искомого этажа), не забывая о том, что Чебурашка и Гена бегают с постоянными скоростями (рис. 6).

Получаем, что искомый этаж — 13-й.

Критерии оценивания

Описана идея построения графика номера этажа от времени 4

Правильно построен график 4

Получен ответ 2

Задача 2.

Скорость камня υ_0, брошенного под углом 60^0 к горизонту, уменьшилась вдвое за время Δt=1 с. Найдите модуль перемещения S,которое за это время совершил камень. Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с^2.

Решение:

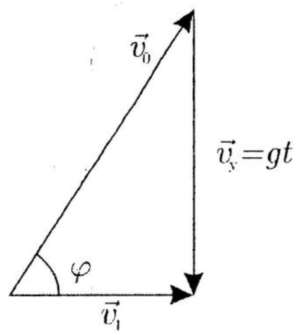


Рис. 7

Проекция начальной скорости на горизонтальную ось:

$$v_x = v_0 \cos 60^\circ = v_0/2.$$

Из курса геометрии известно, что катет, прилежащий к углу $\varphi = 60^\circ$, вдвое меньше гипотенузы. Отсюда мы заключаем, что через время Δt скорость камня будет направлена горизонтально (рис. 7). Проекция начальной скорости камня на вертикальную ось:

$$v_y = v_0 \sin 60^\circ = g\Delta t = 10 \text{ м/с}.$$

Воспользовавшись теоремой Пифагора, найдем:

$$v_0 = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot g\Delta t.$$

Проекция перемещения на горизонтальную ось:

$$S_x = \frac{v_0}{2}\Delta t = \frac{g\Delta t^2}{\sqrt{3}}.$$

Проекция перемещения на вертикальную ось:

$$S_y = \frac{g\Delta t^2}{2}.$$

Модуль перемещения:

$$S = \sqrt{(S_x)^2 + (S_y)^2} = \sqrt{1/4 + 1/3} \cdot g\Delta t^2 \approx 7{,}64 \text{ м}.$$

Критерии оценивания

Указано, что скорость камня через время Δt будет горизонтальной 4
Выражена вертикальная проекция скорости v_y через $g\Delta t$ 1
Выражена начальная скорость v_0 через $g\Delta t$ 1
Найдена проекция перемещения на вертикальную ось S_y 1
Найдена проекция перемещения на горизонтальную ось S_x 1
Получен ответ для модуля перемещения S 2

Задача 3.

В сосуд с ртутью и водой брошен стальной шарик. Какая часть объема шарика будет находиться в воде?

Решение:

Пусть ρ_1 = 1000 кг/м^3 – плотность воды, ρ_2=13600 кг/м^3 – плотность ртути, ρ_3 = 7700 кг/м^3 плотность стали. Обозначим за $x=V_1/V$ – отношение объема шарика, находящегося в воде V_1 к общему объему шарика V.

Условие равновесия шарика в системе на основе закона Архимеда имеет вид:

$$\rho_3 Vg=\rho_1 xVg+\rho_2(1-x)Vg$$

Из (1) следует:

$$\rho_3=\rho_1 x+\rho_2 -x \cdot\rho_2$$

Откуда:

$$x=\frac{\rho_2-\rho_3}{\rho_2-\rho_1}$$

Расчет: x=(13600-7700)/(13600-1000)=0,5.

Критерии оценивания:

Записано условие равновесия шарика в системе .. ………………..5 баллов

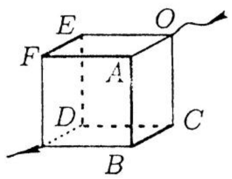
Получено выражение для ρ_3…..2 балла

Получено выражение для x……………………………………..2 балла

Произведены математические вычисления и получен ответ………1 балл

Задача 4.

Из тонких однородных листов жести спаяли полый куб, к двум противоположным вершинам большой диагонали которого припаяли проводники. Сопротивление куба между этими проводниками оказалось равным 7 Ом. Вычислите силу электрического тока, пересекающего ребро АВ куба, если проводники подключены к источнику напряжения 42 В.



Решение:

Рассмотрим рёбра куба AB, BC, CD, DE, EF и FA (рис. 17, 18). Поскольку они опоясывают весь куб, то сумма сил токов, протекающих через них, равна $I_\Sigma = U/R = 6$ А. Поскольку рассматриваемые рёбра расположены симметрично, то силы токов, протекающих через них, равны, следовательно, искомая сила тока $I = I_\Sigma/6 = 1$ А.

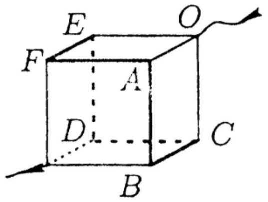


Рис. 17

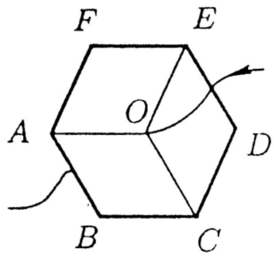


Рис. 18

Критерии оценивания

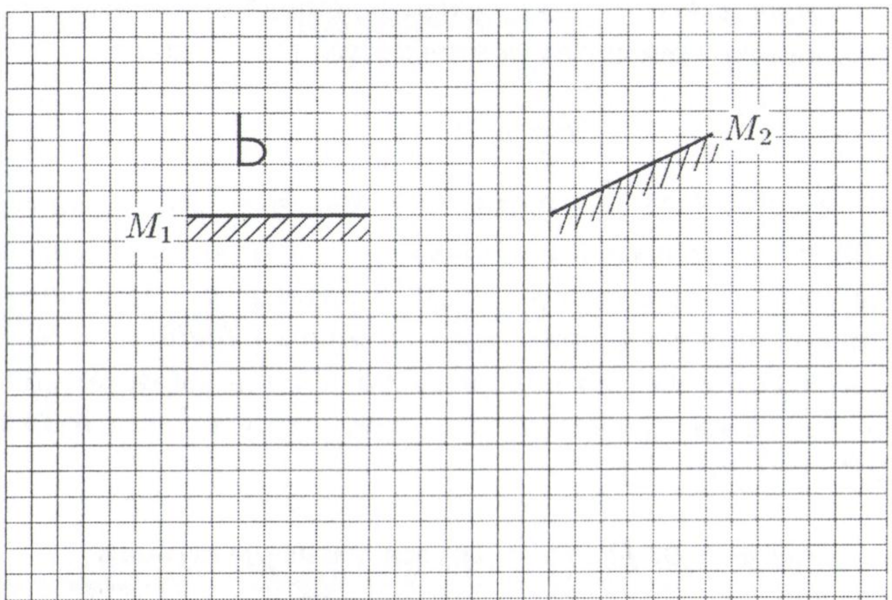
Выражение для I_Σ 2

Выражение для I 6

Численный ответ 2

Задача 5.

Перед системой зеркал M_1 и M_2 расположена буква Ь так, как показано на рисунке. Постройте на том же рисунке все изображения, даваемые этой системой. Докажите, что других изображений быть не может. Длина каждого из зеркал равна расстоянию между ними.



Решение:

Два изображения строятся сразу. Это изображение S_1 в зеркале M_1 и S_2 в зеркале M_2 (рис. 1). Теперь проверим, могут ли появиться другие изображения.

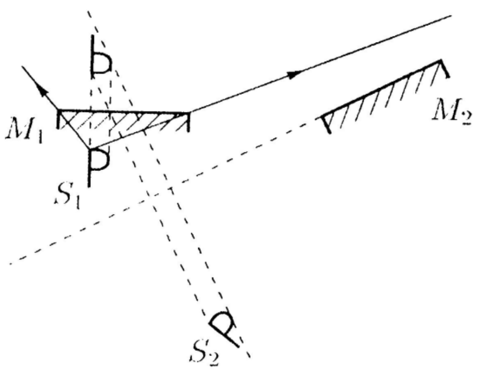


Рис. 1

S_2 оказывается за отражающей поверхностью обоих зеркал, а поэтому не может дать нового изображения.

Найдём область, из которой видно изображение S_1. Для этого проведём лучи, выходящие из S_1 и проходящие через края зеркала M_1. Изображение будет видно из точек, расположенных между лучами с рабочей стороны зеркала M_1. Самым широким раствор угла «видимости» изображения S_1 будет между лучами, выходящими из самой верхней точки изображения.

Из построения определяем, что зеркало M_2 в эту область не попадает ни для одной из точек изображения. Значит, S_1 не даёт нового изображения в M_2. Итак, в системе есть всего два изображения.

Примерные критерии оценивания

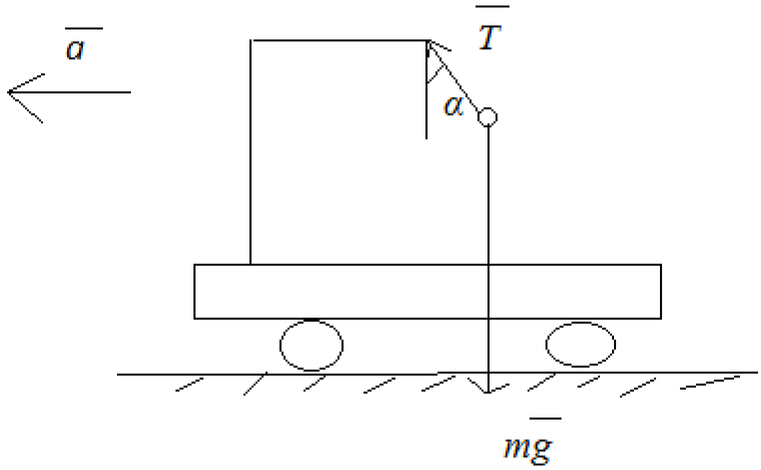
Построено изображение в зеркале M_1 3
Построено изображение в зеркале M_2 3
Показано, что изображение S_1 не отражается в зеркале M_2 4

10 класс

Задача 1.

На тележке, движущейся в горизонтальном направлении с ускорением 9,8 м/с^2 , установлен отвес. Найти натяжение нити отвеса и угол, который образует нить с вертикалью, если масса подвешенного на нити груза 0,1 кг.

Решение:



Уравнения движения груза :

$T \cdot \sin\alpha = ma$

$T \cdot \cos\alpha = ma$

где T – сила натяжения нити

Поделив уравнения, получим:

$tg\,\alpha = a/g = 9{,}8/9{,}8 = 1$, значит $\alpha = 45^0$

Из первого уравнения имеем:

$T = ma / \sin\alpha$

$T = (0{,}1 \cdot 9{,}8 \cdot 2) / \sqrt{2} = 1{,}4\ (Н)$

Ответ: $\alpha = 45^0$, $T = 1{,}4$ Н.

Критерии оценивания:

Записаны уравнения движения груза……………………………………4 балла

Найдено значение угла……………………………………………3 балла

Найдено значение силы натяжения нити …………………………...3 балла

Задача 2.

Камень бросили под углом к горизонту с начальной скоростью 25 м/с. Через какое время τ он достиг максимальной высоты, удалившись по горизонтали на расстояние L=30 м от броска. Найдите время τ. Примите ускорение свободного падения равным 10 м/с^2.

Решение:

Горизонтальная составляющая скорости камня

$$v_x = \sqrt{v_0^2 - (g\tau)^2}.$$

Перемещение по горизонтали $L = \tau v_x = \tau\sqrt{v_0^2 - (g\tau)^2}$.
Это уравнение можно преобразовать к биквадратному:

$$\tau^4 - \left(\frac{v_0}{g}\right)^2 \tau^2 + \left(\frac{L}{g}\right)^2 = 0,$$

корни которого: $\tau_1 = 2{,}0$ с, $\tau_2 = 1{,}5$ с.

Критерии оценивания

Получено выражение для $v_y = g\tau$ 1
Записана связь L и v_x 1
Указана связь $v_x^2 + v_y^2 = v_0^2$ 1
Выведено биквадратное уравнение 3
За каждый из корней уравнения по два балла:
$\tau_1 = 2{,}0$ с 2
$\tau_2 = 1{,}5$ с 2

Задача 3.

В частично заполненный водой цилиндрический сосуд, площадь дна которого равна S, положили кусок льда с воздушной полостью, в которой находился алюминиевый шарик массой, равной массе льда. При этом уровень воды поднялся на h, а полностью погруженный в воду лед плавает, не касаясь дна и стенок сосуда.

1. Найдите объем воздушной полости $V_п$.
2. Повысится или понизится уровень воды в сосуде после того как весь лед растает?

3. На сколько изменится уровень воды в сосуде после того, как лед растает?

Плотность воды – $\rho_в$, плотность льда – $\rho_л$, плотность алюминия - $\rho_ш$, ускорение свободного падения – g.

Решение:

Объём, вытесняемый льдом с полостью равен

$$V = hS = V_п + V_л = V_п + \frac{m_л}{\rho_л},$$

где $V_л$ — объём льда, $m_л$ — его масса.

По закону Архимеда

$$(m_л + m_ш)g = \rho_в g V$$

или, учитывая, что $m_ш = m_л = m$,

$$2m = \rho_в hS.$$

Из этих уравнений следует

$$V_п = hS - \frac{m_л}{\rho_л} = hS - \frac{\rho_в hS/2}{\rho_л} = hS\left(1 - \frac{\rho_в}{2\rho_л}\right).$$

По закону Архимеда плавающий лёд вытесняет объём $(m_л + m_ш)/\rho_в$, а после таяния льда получившаяся вода и шарик вытесняют объём $(m_л/\rho_в + m_ш/\rho_ш)$. Так как $\rho_в < \rho_ш$ первый объём больше второго и уровень воды понизится. Разность этих объёмов равна $S\Delta h$:

$$\frac{m_ш}{\rho_в} - \frac{m_ш}{\rho_ш} = S\Delta h,$$

откуда с учётом соотношения $2m = \rho_в hS$ получаем, что уровень воды понизится на

$$\Delta h = \frac{m}{S}\left(\frac{1}{\rho_в} - \frac{1}{\rho_ш}\right) = \frac{\rho_в hS/2}{S}\left(\frac{1}{\rho_в} - \frac{1}{\rho_ш}\right) = \frac{h}{2}\left(1 - \frac{\rho_в}{\rho_ш}\right).$$

Критерии оценивания

Найден объём, вытесняемый льдом с полостью 2

Использован закон Архимеда (получено $2m = \rho_в hS$ или $(m_ш + m_в)g = \rho_в g V$) 2

С помощью предыдущих уравнений получено $V_п = hS(1 - \rho_в/(2\rho_л))$ или эквивалентное ему выражение 1

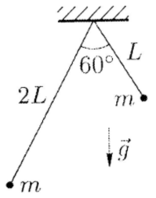
Указано, что уровень воды понизится 1

Найдена разность вытесняемых объёмов 2

Получен конечный ответ $\Delta h = h/2 \cdot (1 - \rho_в/\rho_ш)$ 2

Задача 4.

Определите модуль электростатического отталкивания двух маленьких заряженных шариков одинаковой массы m. Один из них висит на нити длины L, другой на нити длины 2L. Угол между нитями равен 60^0.



Решение:

Рассмотрим $\triangle ABC$. В нём $\angle BAC = 60°$ (рис. 17). Поскольку $AB = 2AC$, то это прямоугольный треугольник, в котором $\angle ACB = 90°$. Пусть угол между вертикалью AD и нитью AC равен α. Тогда:

$$F = mg\sin\alpha.$$

Выберем в качестве полюса точку A.

Согласно правилу моментов:

$$mg \cdot 2L\sin(60° - \alpha) = mg \cdot L\sin\alpha.$$

Отсюда $\cos\alpha = \dfrac{2\sin\alpha}{\sqrt{3}}$, а $\sin\alpha = \sqrt{\dfrac{3}{7}} \approx 0{,}65$.

Из (3) получаем ответ:

$$F = 0{,}65mg.$$

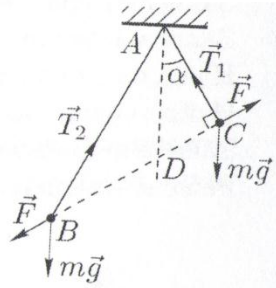


Рис. 17

Примерные критерии оценивания

Показано, что $\angle ACB$ прямой 1

Найдена связь между F, α и mg 2

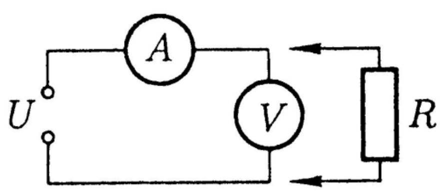
Применено правило моментов относительно точки A 3

Получено выражение, из которого можно найти угол α 2

Найдена сила F 2

Задача 5.

К клеммам приведенной на схеме эклектической цепи приложено напряжение 9 В. Если к вольтметру подключить параллельно резистор R, то показания вольтметра уменьшатся в 2 раза, а показания амперметра увеличатся в 2 раза. Какое напряжение показывал вольтметр до и после включения резистора?



Решение:

Пусть первоначальные показания амперметра и вольтметра — I и V соответственно, а их сопротивления — R_A и R_V. Тогда $U = IR_A + V$. После подключения резистора: $U = 2IR_A + V/2$. Выразив из первого уравнения IR_A и подставив во второе, получим $V = 2/3 \cdot U = 6$ В. Итак, ответ: 6 В и 3 В.

Критерии оценивания

Связь между V и I до подключения резистора 3

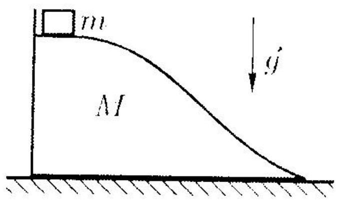
Связь между V и I после подключения резистора 3

Показания вольтметра до подключения резистора 2

Показания вольтметра после подключения резистора 2

11 класс

Задача 1.



Слева направо по гладкий плоскости скользит тяжелая горка массы M, на вершине которой покоится легкий груз массы m. Кинетическая энергия K_1 груза в четыре раза меньше его потенциальной энергии П. Груз съезжает с горки без трения. Найдите его кинетическую энергию K_2, когда он окажется на плоскости. Считайте, что П=1 Дж, а M››m.

Решение:

Пусть скорость системы в начальном состоянии v_0, высота горки H. Запишем закон сохранения энергии и закон сохранения импульса для системы груз–горка:

$$mgH + (m+M)\frac{v_0^2}{2} = M\frac{v_1^2}{2} + m\frac{v_2^2}{2},$$

$$(m+M)v_0 = Mv_1 + mv_2,$$

где v_1 — скорость горки после соскальзывания груза, v_2 — скорость соскользнувшего груза.

Поскольку нас не интересует конечная скорость горки, то исключим из уравнений (7) и (8) скорость v_1, в результате чего получим:

$$v_2^2 - 2v_0v_2 + v_0^2 - 2gH\left(\frac{M}{m+M}\right) = 0.$$

Так как по условию задачи $v_2 > v_0$, то запишем:

$$v_2 = v_0 + \sqrt{2gH\left(\frac{M}{m+M}\right)}.$$

Теперь учтём, что $m \ll M$. В этом случае уравнение (9) упростится:

$$v_2 = v_0 + \sqrt{2gH}.$$

Кинетическая энергия груза, съехавшего с горки, равна:

$$\mathrm{K}_2 = \frac{mv_2^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} + mgH + mv_0\sqrt{2gH}.$$

По условию $\Pi = 4\mathrm{K}_1$, откуда следует, что:

$$v_0 = \sqrt{\frac{gH}{2}}.$$

После подстановки (11) в (10) окончательно имеем:

$$\mathrm{K}_2 = \mathrm{K}_1 + \Pi + mgH = 2{,}25\Pi = 2{,}25 \text{ Дж}.$$

Примерные критерии оценивания

Записан закон сохранения энергии 1
Записан закон сохранения импульса 1
Решена полученная из них система уравнений 3

Учтено, что $m \ll M$ 1
Найдена скорость v_2 1
Получено выражение для K_2 2
Получен численный ответ 1

Задача 2.

Стеклянная бутылка плавает в цилиндрическом сосуде с водой. Площадь дна сосуда 250 см^2. Из чайника в бутылку медленно наливают воду и, когда масса воды достигает 300 г, бутылка начинает тонуть. Оказалось, что когда весь воздух из бутылки вышел, уровень воды в сосуде изменился на Δh=0,6 см по сравнению с тем моментом, когда в бутылку начали наливать воду. Вычислите вместимость бутылки V. Плотность воды 1000 кг/м^3.

Решение:

После того, как в бутылку налили m г воды, уровень воды в сосуде повысился на

$$\Delta h_1 = \frac{m}{\rho S}. \tag{2}$$

Когда бутылка утонула, в нее затекла вода и уровень воды понизился на

$$\Delta h_2 = \frac{V - m/\rho}{S}. \tag{3}$$

По условию, уровень воды изменился на Δh. Это может означать как то, что он повысился, так и то, что он понизился. Поэтому решений будет два.

При этом

$$\Delta h_1 - \Delta h_2 = \frac{2m}{\rho S} - \frac{V}{S} = \pm\Delta h. \tag{4}$$

Решением этого уравнения является

$$V = \frac{2m}{\rho} \pm S\Delta h; \tag{5}$$

$$V_1 = \frac{2m}{\rho} + S\Delta h, \quad V_1 = 750 \text{ мл};$$

$$V_2 = \frac{2m}{\rho} - S\Delta h, \quad V_2 = 450 \text{ мл}.$$

Критерии оценивания

Получено выражение для Δh_1 1
Получено выражение для Δh_2 2
Замечено, что возможно два решения 1
Получена формула (4). Отсутствие двойного знака не влияет на оценку 1
Получена формула (5). Отсутствие двойного знака не влияет на оценку 1
Найден V_1 2
Найден V_2 2

Задача 3.

Идеальному одноатомному газу сообщают количество теплоты Q таким образом, что его внутренняя энергия в этом процессе изменяется пропорционально квадрату объема. Найдите работу, совершенную газом.

Решение:

Для одноатомного газа $U = \frac{3}{2}\nu RT$.

Из уравнения Менделеева-Клапейрона $\nu RT = pV$.

По условию задачи $U = bV^2$,

следовательно, в исследуемом процессе $p = \frac{2b}{3}V$.

Работа в этом процессе определяется как площадь под графиком зависимости p от V, являющемся в этом процессе прямой линией:

$$A = \frac{1}{2}(p_1 + p_2)(V_2 - V_1) = \frac{b}{3}(V_2^2 - V_1^2).$$

Из (1) и (3) следует: $\frac{3}{2}\nu RT = bV^2$, тогда

$$A = \frac{1}{2}\nu R\Delta T = \frac{1}{3}\Delta U .$$

Из первого начала термодинамики $Q = \Delta U + A$,

откуда $A = \frac{Q}{4}$.

Критерии оценивания:

Уравнение внутренней энергии одноатомного газа………………..1 балл

Уравнение Менделеева-Клапейрона…………………………………1 балл

Записано выражение $p = \frac{2b}{3}V$ ……………………………………………2 балла

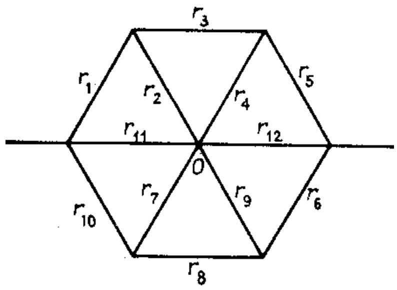
Записано выражение для работы ……………………………………3 балла

Записано первое начало термодинамики ……………………………..1 балл

Получен ответ…………………………………………………………2 балла

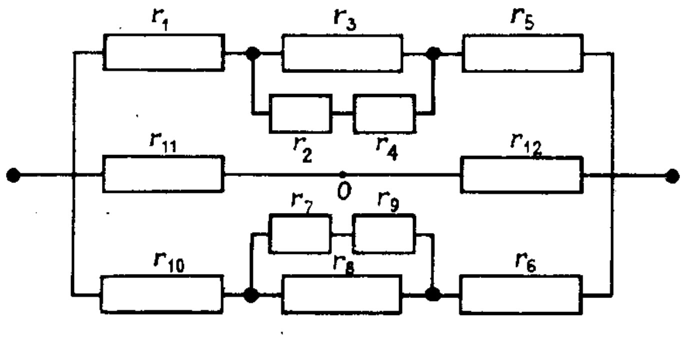
Задача 4.

Определить эквивалентное сопротивление проводников в виде шестиугольника. Сопротивление каждой проволочки равно r.



Решение.

В силу симметрии токи, текущие через r_2, r_4, r_7, r_9 одинаковы, поэтому ток через узел O отсутствует. Можно нарисовать эквивалентную схему:



Тогда: $R_{2.3.4}=\frac{2rr}{3r}=\frac{2r}{3}$

$R_{1\text{-}5}=\frac{2r}{3}+r+r=\frac{8r}{3}$

$R_{6\text{-}10}=R_{1\text{-}5}=\frac{8r}{3}$

$R_{11.12}=2r$

$R_{1\text{-}5}$, $R_{6\text{-}10}$, $R_{11,12}$ соединены параллельно

$$\frac{1}{\mathrm{R_{экв}}}=\frac{1}{\mathrm{R_{6-10}}}+\frac{1}{\mathrm{R_{1-5}}}+\frac{1}{\mathrm{R_{11,12}}}$$

$$\frac{1}{\mathrm{R_{экв}}}=\frac{3}{8\mathrm{r}}+\frac{3}{8\mathrm{r}}+\frac{1}{2\mathrm{r}}=\frac{5}{4\mathrm{r}}$$

$R_{экв}=4r/5.$

Критерии оценивания

Приведена эквивалентная схема ……………………………………..3 балла

Рассчитано сопротивление $R_{2.3.4}$ ……………………………………………….1 балл

Рассчитано сопротивление R_{1-5} ……………………………………………….1 балл

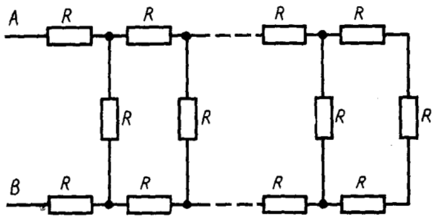
Рассчитано сопротивление R_{6-10} ……………………………………………….1 балл

Рассчитано сопротивление $R_{11.12}$ ……………………………………………….1 балл

Найдено значение $R_{экв}$ ……………………………………………………….3 балла

Задача 5.

Найти общее сопротивление участка цепи, содержащего бесконечное число проводников (рис.) сопротивлением R каждый.



Решение:
Между точками С и Д необходимо включить такое сопротивление *r*, чтобы сопротивление последней ячейки было равно *r*.
В этом случае можно последнюю ячейку можно будет заменить сопротивлением *r*, затем то же сделать с предпоследней ячейкой и т.д. Тогда общее сопротивление цепи не будет зависеть от числа ячеек и будет равно $r+2R$.
Для *r* можно составить уравнение:
$r = ((2R+r)R) / (3R+r)$
Тогда $r = R(\sqrt{3} – 1) = 0,73R$.
Критерии оценивания:
Обоснована идея о том, что общее сопротивление цепи не будет зависеть от числа ячеек и будет равно $r+2R$………………………………………………*3 балла*
Составлено уравнение для r…………………………………………..4 балла
Получен ответ…………………………………………………3 балла